山梨県品質工学会　輪講　田口玄一論説集　第3巻　より

第1編　タグチメソッド, その誤解と真実

# 第16章　損失関数と適応制御

初出：1987年6月号　連載「タグチメソッド, その誤解と真実」
「16. 損失関数と適応制御」

2017/9/15　リバーエレテック　北村　慈識

技術　：　安くて良いものを作る

誤差因子（ノイズ）の影響を小さくして、
コストも安く品質も良くする

誤差因子の影響を逃れる方法は？

パラメータ設計　　適応制御（予防保全）

品質の悪い時計
・毎朝時報で合わせる
・2時間に1回校正する

＞

品質の良い時計
校正しないで1年後
10年後

校正しなければ品質が良くても精度で劣る

パラメータ設計　→　誤差の小さい時計の設計を目指す

良い設計をしても適当な間隔で校正しなければ、
その誤差は小さくならない

**管理方法を決めない限り誤差やばらつきの大きさは不明**

工作機能に固有の工程能力があると考えるのは誤っているし,
計測器に固有の計測誤差があるというのも誤っている(p126)

誤差は固有のものではなく，校正からの時間など分解して考えられる

タグチメソッドの特徴の一つは，「かたより」と「ばらつき」という統計学の基本的な考え方を技術の世界から閉め出したことです(p126)

例：時計の誤差の大きさをどう定義するか？
→まず校正法を決めなければならない

ある時計を1日1回，毎朝7時に時報に合わせることにしたとき
その誤差を2時間おきに調べたとする
そのデータをy1，y2・・・y12（y1が9時，y12が翌朝7時のデータ）
とする．このとき誤差分散は

$$\sigma^2 = \frac{y_1^2 + y_2^2 \cdots + y_{12}^2}{12}$$

ここにはかたよりとばらつきがあるのではなく，単に誤差がある

統計的ばらつき：　理由のわかっていない差異
品質工学のばらつき：ノイズやパラメータの違いなど原因のある差

時計の誤差の分布関数・・・

どうすればよいのか？　→　わかっている人は世界中に一人もいない

現場で用いている工作機械や装置にも同じことが言える

Q：測定器の誤差や工作機械の精度表示はどうすべきか？

A：SN比よりもかえって困難

設計や生産工程はパラメータ設計で最適なものを求める

測定器の誤差や工作機械の制度はそのあとで
実際に誤差因子がどのように変化し，人間がどのように
コントロールするかにかかっている

## マシン管理のシステム設計

管理図法　：　ある間隔で4，5個データを取って工程能力やばらつきを調べる

マシン管理には適切ではない

時計の誤差の管理で，管理図を書いて管理している人はいない

工作機械も調整直後は目標値の近くの値をとっていても
次第にドリフトしていく

フィードバックコントロールのシステム設計を行うべき

そもそも現場は適当な間隔でフィードバックコントロールを行っている

フィードバックコントロールなら測定誤差が大きくない限り
データはほとんどの場合1個を調べるだけでOK

ある間隔で1個のデータをとり，目標値とのずれを調べ，目標値になるように工程を調整する
このときの最適チェック間隔，最適調整限界はどうなるか

数年前まではある狭い間隔でデータをとり工程のドリフトを周期分析し，
最適なフィードバック・システムを設計していた
しかし、最近はドリフト現象にある仮定をおく簡易な方法が用いられるようになった

この方法は，工程条件と製品品質のフィードバック・コントロールに使える
まずは製品品質のフィードバック・コントロールから

日本では，ばらつき原因である工程条件の管理に力を入れすぎている
品質は工程で作り込めというのが，
**原因のコントロールならほどほどにしないとコスト高になってしまう**

# 具体例　（規格でm±10μmをコントロールする場合を考える）

| | |
|---|---|
| 寸法の許容差 | $\Delta = 10(\mu m)$ |
| 不合格になった時の損失 | A(円) |
| 初期(現行)の管理限界 | $D_0$ |
| 初期(現行)の計測(チェック)間隔 | $n_0$(個) |
| 計測コスト | B(円) |
| 計測のタイムラグ | l(個) |
| 調整コスト | C(円) |
| 現在の平均調整間隔の観測値 | $u_0$(個) |
| 計測誤差分散 | $\sigma_m$^2 |

| | |
|---|---|
| 寸法の許容差 | ⊿ = 10(μm) |
| 不合格になった時の損失 | A(円) |
| 初期(現行)の管理限界 | $D_0$ |
| 初期(現行)の計測(チェック)間隔 | $n_0$(個) |
| 計測コスト | B(円) |
| 計測のタイムラグ | l(個) |
| 調整コスト | C(円) |
| 現在の平均調整間隔の観測値 | $u_0$(個) |
| 計測誤差分散 | σm^2 |

初期計測間隔$n_0$は「カン」
初期調整限界D0は⊿/3が一般的(アメリカだと⊿が多い)
とどちらも勝手に決めてOK
→ここから平均調整間隔$u_0$を推定する(1日or1週間or1カ月)

$$u_0 = \frac{\text{ある期間の生産回数}}{\text{その期間の調整回数}}$$

計測コストBは現場まで行くコストが含まれている
(多くの場合現場まで行くコストが高い)
また現場まで行く時間はタイムラグlに含む

# 損失関数$L_0$

| | |
|---|---|
| 寸法の許容差 | $\Delta$ = 10(μm) |
| 不合格になった時の損失 | A(円) |
| 初期(現行)の管理限界 | $D_0$ |
| 初期(現行)の計測(チェック)間隔 | $n_0$(個) |
| 計測コスト | B(円) |
| 計測のタイムラグ | l(個) |
| 調整コスト | C(円) |
| 現在の平均調整間隔の観測値 | $u_0$(個) |
| 計測誤差分散 | σm^2 |

管理費用　　品質上の損失

$$L_0=\frac{B}{n_0}+\frac{C}{u_0}+\frac{A}{\Delta^2}\left[\frac{D_0^2}{3}+\left(\frac{n_0+1}{2}+l\right)\frac{D_0^2}{u_0}+\sigma_m^2\right]$$

製品の特性値の分散の予測

$$\sigma_{out}^2$$

$$\frac{D_0^2}{3}$$

管理限界内では調整をしないので特性値はその範囲では一様分散となる

$$\left(\frac{n_0+1}{2}+l\right)\times D_0^2$$

間隔n個でチェックする場合,
調整限界外で生産される製品数の平均
とライムラグで作られる個数の分散

$$\left(\frac{n_0+1}{2}+l\right)\frac{D_0^2}{u_0}$$

調整限界外にでた製品は平均$u_0$に1回しか起らない
ときの品質水準

最適計測間隔n，最適調整限界D，平均調整間隔u
とすると損失関数Lは

$$L = \frac{B}{n} + \frac{C}{u} + \frac{A}{\Delta^2}\left[\frac{D^2}{3} + \left(\frac{n+1}{2} + l\right)\frac{D^2}{u} + \sigma_m^2\right]$$

このときuは品質の計測値が管理限界±Dまで到達する時間が距離の
2乗に比例するものとして

$$u = u_0 \times \frac{D^2}{D_0^2}$$

管理限界±Dまで到達する時間が距離の2乗に比例するとするのはなぜか？

計測値が変化する原因
① 工具などの摩擦による直線的な変化
② 環境などのさまざまなばらつき原因の影響
③ 計測誤差

①は管理限界に到達する時間がそれまでの距離に比例し
③は時間に無関係
②はその中間
なので②だけ考慮すればよいのではないかと仮定する

②の中の特別なものはブラウン運動に近いものになる
→ブラウン運動であれば管理限界±Dまで到達する時間が
距離の2乗に比例する

フィードバックシステムを簡易にする仮定

$$L=\frac{B}{n}+\frac{C}{u}+\frac{A}{\Delta^2}\left[\frac{D^2}{3}+\left(\frac{n+1}{2}+l\right)\frac{D^2}{u}+\sigma_m^2\right] \Leftarrow u=u_0\times\frac{D^2}{D_0^2}$$

$$L=\frac{B}{n}+\frac{D_0^2C}{u_0D^2}+\frac{A}{\Delta^2}\left[\frac{D^2}{3}+\left(\frac{n+1}{2}+l\right)\frac{D_0^2}{u_0}+\sigma_m^2\right]$$

nで微分しゼロとおく　最適計測間隔n

$$-\frac{B}{n^2}+\frac{A}{\Delta^2}\times\frac{1}{2}\times\frac{D_0^2}{u_0}=0 \Rightarrow n=\sqrt{\frac{2u_0B}{A}\times\frac{\Delta}{D_0}}$$

Dで微分してゼロとおく　最適調整限界D

$$-\frac{2D_0^2C}{u_0D^3}+\frac{A}{\Delta^2}\times\frac{2}{3}D=0 \Rightarrow D=\left(\frac{3C}{A}\times\frac{D_0^2}{u_0}\times\Delta^2\right)^{\frac{1}{4}}$$

計算例

| | |
|---|---|
| 寸法の許容差 | ◿ = 15(μm) |
| 不合格になった時の損失 | A = 180(円) |
| 初期(現行)の管理限界 | $D_0$ =5(μm) |
| 初期(現行)の計測(チェック)間隔 | $n_0$ = 600(個) |
| 計測コスト | B = 300(円) |
| 計測のタイムラグ | l = 3(個) |
| 調整コスト | C = 1200(円) |
| 現在の平均調整間隔の観測値 | $u_0$ =2460(個) |
| 計測誤差分散 | $\sigma_m$^2 = (1.2)^2 |

$$L_0 = \frac{B}{n_0} + \frac{C}{u_0} + \frac{A}{\Delta^2}\left[\frac{D_0^2}{3} + \left(\frac{n_0+1}{2} + l\right)\frac{D_0^2}{u_0} + \sigma_m^2\right]$$

$$= \frac{300}{600} + \frac{1200}{2460} + \frac{180}{15^2}\left[\frac{5^2}{3} + \left(\frac{601}{2} + 3\right)\times\frac{5^2}{2460} + 1.2^2\right]$$

$$= \boxed{0.50 + 0.49} + \boxed{6.67 + 2.47 + 1.15} = 11.28$$

管理費用:0.99円　品質上の損失:10.29円　管理が不十分

$$n=\sqrt{\frac{2u_0B}{A}}\times\frac{\Delta}{D_0}=\sqrt{\frac{2\times2460\times300}{180}}\times\frac{5}{15}=271$$

$$D=\left(\frac{3C}{A}\times\frac{D_0^2}{u_0}\times\Delta^2\right)^{\frac{1}{4}}=\left(\frac{3\times1200}{180}\times\frac{5^2}{2460}\times15^2\right)^{\frac{1}{4}}=2.6$$

$$u=u_0\times\frac{D^2}{D_0^2}=2460\times\frac{3^2}{5^2}=886$$

$$L_0=\frac{300}{300}+\frac{1200}{886}+\frac{180}{15^2}\left[\frac{3^2}{3}+\left(\frac{301}{2}+3\right)\times\frac{3^2}{886}+1.2^2\right]$$
$$=1.00+1.35+2.40+1.25+1.15=7.15$$

製品1個当たり4.13円の改善
年間2000時間の稼働とすれば248万円の改善

# 計測誤差分散の推定

測定法の誤差とタイムラグはこれまでの方法では改善できない
計測の三大要素は，規則の責任者の実行可能な任務
① 計測精度 $\sigma_m$^2
② 計測コスト B(管理の場合には現場に行くコストも含まれる)
③ 計測に必要な時間 1(管理の場合には計測展の差による遅れも含まれる)

計測技術の改善：
ハードの改善
校正方法の改善
これらはどのように計測誤差に影響するか？

| | |
|---|---|
| 計測誤差のチェックの間隔 | n |
| 校正限界 | D |
| チェックのタイムラグ | l |
| 標準（または上位測定値）の誤差分散 | $\sigma_s$^2 |
| 平均校正間隔 | u |

計測誤差の分散は

$$\sigma_m^2 = \frac{D_0^2}{3} + \left( \frac{n_0 + 1}{2} + l \right) \frac{D_0^2}{u_0} + \sigma_s^2$$

計測器の校正を使用中に行いタイムラグ0の場合（+1も無視する）

$$\sigma_m^2 = \frac{D_0^2}{3} + \frac{n_0}{2} \times \frac{D_0^2}{u_0} + \sigma_s^2$$

近似的には十分使える

製品の許容差=計測誤差の許容差　$\Delta$
不合格になった時の損失　A
校正作業の経費　C
初期の校正限界　$D_0$
初期計測間隔　$n_0$
平均校正間隔の観測値　$u_0$

現行の損失関数の値

$$L_0 = \frac{B}{n_0} + \frac{C}{u_0} + \frac{A}{\Delta^2}\left(\frac{D_0^2}{3} + \frac{n_0}{2} \times \frac{D_0^2}{u_0} + \sigma_m^2\right)$$

最適チェック間隔

$$n = \sqrt{\frac{2u_0 B}{A}} \times \frac{\Delta}{D_0}$$

最適校正限界

$$D = \left(\frac{3C}{A} \times \frac{D_0^2}{u_0} \times \Delta^2\right)^{\frac{1}{4}}$$

計測誤差分散

$$\sigma_m^2 = \frac{D^2}{3} + \frac{n}{2} \times \frac{D^2}{u} + \sigma_s^2$$

計算例

△ = 15(μm)
A = 180(円)
B = 400(円)
C = 200(円)
$D_0$ = 1.4(μm)
$n_0$ = 2400
$u_0$ = 4800
$\sigma_s$ = (0.5)^2

損失関数

$$L_0 = \frac{400}{2400} + \frac{200}{4800} + \frac{180}{15^2}\left[\frac{1.4^2}{3} + \frac{2400}{2} \times \frac{1.4^2}{4800} + 0.5^2\right]$$

$$= 0.17 + 0.04 + 0.52 + 0.39 + 0.20 = 1.32$$

計測誤差分散

$$\sigma_m^2 = \frac{D_0^2}{3} + \frac{n_0}{2} \times \frac{D_0^2}{u_0} + \sigma_s^2 = \frac{1.4^2}{3} + \frac{2400}{2} \times \frac{1.4^2}{4800} + 0.5^2 \fallingdotseq 1.2^2$$

最適チェック間隔 $n = \sqrt{\frac{2 \times 4800 \times 400}{180}} \times \frac{15}{1.4} = 1565$ →2400（1日1回）

最適校正間隔 $D = \left(\frac{3 \times 200}{180} \times \frac{1.4^2}{4800} \times 15^2\right)^{\frac{1}{4}} = 0.74$ →0.9（1μmで校正）

損失関数

$$L = \frac{400}{2400} + \frac{200}{1984} + \frac{180}{15^2}\left[\frac{0.9^2}{3} + \frac{2400}{2} \times \frac{0.9^2}{1984} + 0.5^2\right]$$

$$= 0.17 + 0.10 + 0.22 + 0.39 + 0.20 = 1.08$$

$$u = 4800 \times \frac{0.9^2}{1.4^2} = 1984$$

現行より0.24円　年間で14.4万円の改善

計測誤差分散

$$\sigma_m^2 = \frac{0.9^2}{3} + \frac{2400}{2} \times \frac{0.9^2}{1984} + 0.5^2 = 1.0^2$$

計測法のSN比の改善はどこに効いてくるか
→計測法の安定性の改善なので平均校正間隔uの増大につながる

校正限界Dを変えなかったらコストの低減だけになる
測定誤差の校正限界を製品の特性値に一致させているバカな工場はないようですが，工程の安定化研究をやりながら，フィードバックの管理限界を変えていないところはあるようです

コントロールシステムの設計の需要差がわかりました