2017年1月13日

田口玄一論説集 第3巻 12章
累積法をめぐって(1)

山梨県品質工学研究会
中山 博之

累積法をめぐって(1)

- **構成**
  - カイ2乗法と累積法
  - マハラノビスの距離
  - 統計的距離と品質距離
- **要旨**
  - 要因効果の大きさを評価するとき、品質では品質的距離を問題にしなければならない
  - 品質上の距離として累積法が望ましい

カイ2乗法と累積法

- **カイ2乗法**
  - 帰無仮説の下である検定等軽量がχ2乗分布に従う場合の検定
    - カイ2乗検定には、適合検定や分割表での独立性の検定などがある
- **累積法**
  - 累積法とは，実験計画法の一手法であり，特性値が計数値データ，すなわち，特性値が1つ以上のクラスの発生件数である場合の解析方法
    - 累積法では，分類するクラスに対し「優・良・可」のように順序があることが前提
      - 布地の手触りを官能評価し，可・良・優で判定した結果から最適条件を求める場合
    - もし分類するクラス間に「赤・青・黄」のように順序がない場合には，「度数法」と呼ばれる解析方法を用いる
      - 熱処理方法と軸受材料の条件を変え、発生する不良の種類（不良A，不良B，不良C）に違いがあるかどうかを調べたい場合

解析事例

- 鉄板の電気溶接
  - 溶接の作業性について3組に分けて解析した事例

表 12.2　交流溶接の因子と水準

因子名	記号	水準数	第1水準	第2水準
銘柄	A	2	$A_1 = J\,100$	$A_2 = B\,17$
棒乾燥度	B	2	$B_1 =$ しない	$B_2 =$ 1日乾燥後
母材の材質	C	2	$C_1 = SS\,41$	$C_2 = SB\,35$
母材の板厚	D	2	$D_1 = 8$ mm	$D_2 = 12$ mm
開先角度	E	2	$E_1 = 70^\circ$	$E_2 = 60^\circ$
開先間隙	F	2	$F_1 = 1.5$ mm	$F_2 = 3.0$ mm
電流値	G	2	$G_1 = 150$ A	$G_2 = 130$ A
運棒法	H	2	$H_1 =$ ウィビング	$H_2 =$ シングル
予熱の有無	I	2	$I_1 =$ しない	$I_2 = 150^\circ$

表 12.3　交流溶接のわりつけとデータ

列 / No	A 1	G 2	$A \times G$ 3	H 4	$A \times H$ 5	$G \times H$ 6	B 7	D 8	E 9	F 10	I 11	e 12	e 13	$A \times C$ 14	C 15	作業性 容易	作業性 普通	作業性 困難
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0
2	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	0	1	0
3	1	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2	0	1	0
4	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	0	0
5	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	0	0
6	1	2	2	1	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1	0	0	1
7	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2	1	1	1	0	0
8	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1	1	1	2	2	0	0	1
9	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	0	1	0
10	2	1	2	1	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	1	0	1	0
11	2	1	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1	0	1	0
12	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	1	1	2	1	2	0	1	0
13	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	0	0
14	2	2	1	1	2	2	1	2	1	1	2	2	1	1	2	0	0	1
15	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1	1	2	0	1	0
16	2	2	1	2	1	1	2	2	1	1	2	1	2	2	1	0	1	0

分散分析結果の比較

- **累積法　vs カイ2乗法**　**→検定結果はほぼ同等**
  - 累積法ではD,F,Gが有意
  - カイ2乗法ではF,Gが有意。これもF検定すればDも有意になる

表 12.5　交流溶接の累積法による分散分析法

要　因	f	S	V	F_0	ρ(%)
A	2	1.74	0.87	2.90	
B	2	0.41○			
C	2	1.74	0.87	2.90	
D	2	5.03	2.52	8.40**	12.3
E	2	0.41○			
F	2	9.03	4.52	15.07**	24.8
G	2	5.03	2.52	8.40**	12.3
H	2	0.41○			
I	2	1.74	0.87	2.90	
$A\times G$	2	0.41○			
$A\times H$	2	1.74	0.87	2.90	
$A\times C$	2	0.41○			
$G\times H$	2	1.74	0.87	2.90	
e	4	2.16	0.54		
eと○印	(14)	(4.21)	(0.301)		50.6
	30	32.00			100.0

表 12.6　交流溶接のカイ 2 乗法による分散分析

要　因	f	S	V	ρ(%)
A	2	2.33	1.16	
B	2	0.44	0.22	
C	2	1.44	0.72	
D	2	4.11	2.06	9.0
E	2	0.44	0.22	
F	2	7.11	3.56	18.6
G	2	6.78	3.39	17.6
H	2	0.44	0.22	
I	2	1.44	0.72	
$A\times G$	2	0.44	0.22	
$A\times H$	2	2.33	1.66	
$A\times C$	2	0.44	0.22	
$G\times H$	2	2.33	1.66	
e	4	1.88	0.47	54.8(e)
T	30	32.00		100.0

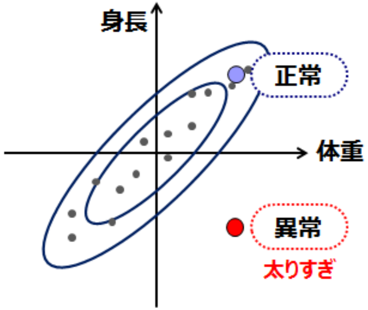
マハラノビスの距離

- **マハラノビスの距離とは**
  - 多次元の統計量を相関を考えて計算する方法

$$D^2 = \frac{1}{1-\rho^2}\left[\frac{(x-m_x)^2}{\sigma_x^2} - 2\rho\frac{(x-m_x)(y-m_y)}{\sigma_x\sigma_y} + \frac{(y-m_y)^2}{\sigma_y^2}\right] \qquad (12.3)$$

- マハラノビスの距離の特徴(MT法への応用)

項目間の相関を考慮した楕円形の等高線



	正常Data		異常Data
中心からの単純な距離	A	=	A
マハラノビスの距離	C	<	D

- **マハラノビスの距離により異常の判定が可能**

マハラノビスの距離とカイ2乗法

- **データを累積にしてマハラノビスの距離を計算するとカイ2乗法と一致する**

<u>A1,A2条件で作った製品の外観結果</u>

表 12.1　外観のデータ

	上	中	下	計
A_1	10	0	10	20
A_2	0	20	0	20

カイ2乗法

$$\chi_A^2 = \frac{(3-1)^2}{4} + \frac{(3-6)^2}{9} + \frac{(2-1)^2}{3} = \frac{7}{3}$$

$$\boxed{=2.33}\ (f=2)$$

マハラノビスの距離

$$D_A^2 = \frac{13}{12}\left[\frac{(3-1)^2}{16\times\frac{3}{16}} - 2\times\sqrt{\frac{1}{13}}\frac{(3-1)(6-7)}{16\times\sqrt{\frac{3}{16}\times\frac{39}{256}}} + \frac{(6-7)^2}{16\times\frac{39}{256}}\right]$$

$$= \frac{13}{12}\left(\frac{4}{3} + \frac{16}{39} + \frac{16}{39}\right)$$

$$= \frac{7}{3}$$

$$\boxed{=2.33}$$

統計的距離と品質距離

- **距離を問題にするとき**
  - どういう差を測るべきかという目的が背後にある
  - 品質工学では品質改善を問題にするため品質距離とも言うべきもの
- **品質距離**
  - 技術競争の世界では、真理の問題を論ずるのではなく、どちらの企業の製品が安いか、故障や燃費などの損失がどちらが少ないか
    - A社の設計は正しく、B社の設計が誤っているというのは、誤った宣言
    - どの設計も同じ機能を持ち正しい設計。しかし製造コストや故障率が異なり、経済性の差が存在する
  - 経済性に関係のない距離は品質工学においては誤っている距離
    - カイ2乗法は統計的な分布の差の距離で品質距離としての合理性は不明

有意差検定について

- **田口は有意差検定を軽視**
  - 技術の世界では、第一種の過誤“差がないときに差がある”という誤りは重要ではない
    - 差がないのだから、どちらを採用しても損失はないから
  - 差があるとき、誤って有意差がないとして悪い方を採用してしまう損失が重要

- **分散分析は、有意差検定ではなく要因効果の大きさの定量評価**
  - これこそが**品質上の距離**の問題
    - A1,A2の差とB1,B2の差のどちらがどれくらい大きいか

品質上の距離

- **統計的距離との違い**
  - 統計的距離は、多次元空間での集団間の差で、品質上の差を考えているわけではない
  - 品質のデータでは、どんな差が大切であるかを問題にすべき
    - 分布の差を見るのではなく、A1,A2の品質上の距離を見たい

- **経済的差を調べる**
  - 伊奈正夫氏は総合金額歩留りと名づけた
  - 多くの場合、上手い方法
  - ただし、数量化をしないで比較したいこともある（次ページ）

数量化をしないで比較したいケース

- 二つの新製品として、A1,A2の好みを調べたケース

表 12.10　比較のデータ

	対抗品に比較して					計
	非常に劣っている	やや劣っている	差がない	やや優れている	非常に優れている	
A_1	0	20	60	20	0	100
A_2	40	30	20	0	10	100

  - 後発メーカーは、一部の人のみでよいから非常に良いが10%あるA2を生産すべき
  - これは製造法の比較であればA1の方が良い（総合金額歩留りの方法）
  - 分布の差も見たいときには、どのような解析をしたらよいかが問題で、数量化とは別問題

まとめ

- **統計的距離と品質距離**
  - 経済性に関係のない距離は品質工学においては誤っている距離
    - カイ2乗法は統計的な分布の差の距離で品質距離としての合理性は不明
  - 品質上の距離として累積法が望ましい
  - 分散分析を有意差検定ではなく要因効果の大きさの定量評価として用いる
    - A1,A2の差とB1,B2の差のどちらがどれくらい大きいか→品質上の距離
- **次の章への展開**
  - 加法性の問題
    - 度数と累積のどちらが加法性があるのか